



MATEMATIKA VA INFORMATIKA

matinfo.jspi.uz

MATHEMATICS AND INFORMATICS

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

№ 4

2021

MUNDARIJA

1. МАТЕМАТИКА DARSLARIDA TAKRORLASH VA UMUMLASHTIRISH DARSLARINI TASHKIL QILISH. TAKRORLASH VA UMUMLASHTIRISH DARSLARINING YUTUQ VA KAMCHILIKLARI.
Usarov S. 6
2. МАТЕМАТИКА DARSLARDA NOSTANDART TENGSIZLIKLARNI YECHISH USULLARI.
Qahhorov M., Qahhorova D. 10
3. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРЕС В ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ В УСЛОВИЯХ ЛИЧНОСТНО ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИИ .
Маматкулова У. 13
4. ELEKTRON O'QUV KURSLARLARNING TA'LIM JARAYONIDAGI AHAMYATI .
Raxmonkulov F. 22
5. OLIY TA'LIM MUASSASALARINING O'QUV JARAYONIDA ELEKTRON TA'LIM MUHITINI YARATISH.
Bobobekov Sh. 26
6. ZAMONAVIY AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA DASTURIY VOSITALAR INTEGRATSIYASI.
Toshpo'latov H 30
7. VR TEXNOLOGIYALARINING TA'LIM JARAYONIDAGI O'RNI.
Raxmonkulov F 34
8. МАТЕМАТИКА DARSLARDA NOSTANDART TENGLAMALARNI YECHISH USULLARI.
Qahhorova D. 38

9. VR TEXNOLOGIYALARINING TA'LIM JARAYONIDAGI O'RNI.	
<i>Raxmonkulov F</i>	<u>42</u>
10.TA'LIMDA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINI QO'LLASHNING PEDAGOGIK MASALALARI.	
<i>Botirov D.</i>	<u>46</u>
11.MASOFADAN O'QITISH TEXNOLOGIYASINING RIVOJLANISH TENDENSIYASI.	
<i>Yusupov R.</i>	<u>51</u>
12.GLOBALASHUV DAVRIDA ZAMONAVIY PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR TARAQQIYOTI.	
<i>Mamatqulova U.</i>	<u>56</u>
13.UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARIDA O'QUVCHILARNING MANTIQUIY TAFAKKURINI SHAKILLANTIRISH USULLARI VA UNING AHAMIYATI.	
<i>Bozorboyeva M.</i>	<u>60</u>
14. ELEKTROMAGNIT MAYDONI BILAN ELASTIK MUHITNING O'ZARO TA'SIR JARAYONINI VIZUALLASHTIRISH DASTURIY VOSITALARI.	
<i>Indiaminov R., Ismailova N.</i>	<u>64</u>
15. PRIMITIV PIFAGOR UCHLIKLARI YORDAMIDA O'QUVCHILARGA MASALALAR TUZISHNI O'RGATISH.	
<i>Fayzullayev M</i>	<u>68</u>
16.THE SPECTRAL PROPERTIES OF THE ONE-PARTICLE SCHODINGER OPERATOR ON THE TWO-DIMENSIONAL LATTICE.	
<i>Mavlanova M.</i>	<u>68</u>
17.STEFAN MUAMMOSINI KIRITISH VA SHAKLLANTIRISH.	
<i>Murotqobilova B</i>	<u>73</u>
18. DISKRET VA UZLUKSIZ TASODIFIY MIQDORLAR.	
<i>Rahimova Sh</i>	<u>76</u>

19. UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARIDA MATEMATIKANI MUAMMOLI TA'LIM TEXNOLOGIYALARI ASOSIDA O'QITISH METODIKASI.

Urazmetova M 83

20. O'QUVCHILARNING KREATIV QOBILIYATLARINI RIVOJLANTIRISHDA MANTIQ FANI ELEMENTLARIDAN FOYDALANISH.

Sulaymanov Z. 87

21. TAЪЛИМ ЖАРАЁНИДА ЗАМОНАВИЙ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДАН САМАРАЛИ ФОЙДАЛАНИШ ТИЗИМИНИ ТАШКИЛ ЭТИШ.

Усмонов С 93

22. G'OVAK MUHITDA IKKI FAZALI SUYUQLIK SIZISHIDA QO'ZG'ALUVCHI CHEGARANI TOPISH MASALASINI SONLI ECHISH.

Saydullayev U., Murotqobilova B. 99

23. ALGOTIMLAR FANINI O'QITISHNING AYRIM USLUBIY TOMONLARI.

Botirov D., Majidov J., Xo'jayev T. 105

24. TA'LIM JARAYONIDA MODULLI O'QITISH TIZIMINING INNOVATSION TEXNOLOGIYALARGA ASOSLANGAN O'QITISH USULLARI.

Pardayev Sh., Sindarov S., Ochilov N. 109

25. INFORMATIKA VA AXBOROT TEXNOLIGIYALARINI O'QITISHNING INTEGRALLASHGAN METODIKASI.

Botirov D., Majidov J. 113

26. МУЛЬТИМЕДИА ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ АСОСИДА ЭЛЕКТРОН ЎҚУВ КУРСЛАРИНИ ИШЛАБ ЧИҚИШНИ АҲАМИЯТИ.

Усмонов С 121

27. BERNULI VA PUSSON TAQSIMOTLARI .

Bayzaqov M., Rahimova Sh.

130

**28.МАТЕМАТИКА ДАРСЛАРИДА ДИДАКТИК ЎЙИНЛАРИНИ
ҚЎЛЛАШ МАКТАБ ЎҚУВЧИЛАРИНИНГ ФАНГА
ҚИЗИҚИШИНИ ОШИРИШ ВОСИТАСИ СИФАТИДА.**

Эрназарова Н.

136

DISKRET VA UZLUKSIZ TASODIFIY MIQDORLAR.

Rahimova Shaxnoza

JDPI matematika o'qitish metodikasi

yo'nalishi 1-bosqich magistranti

Kalit so'zlar: o'lchovli fazo, to'plam, tasodifiy miqdor, funksiya, ehtimollik.

Key words: dimensional space, set, random quantity, function, probability.

Ключевые слова: размерное пространство, множество, случайная величина, функция, вероятность.

Agar elementar hodisalar fazosi Ω diskret bo'lsa, unda aniqlangan tasodifiy miqdor ham diskret bo'ladi.

Endi diskret tasodifiy miqdorlarning eng muhim bir necha misollarini qarab chiqamiz.

1. Binomial taqsimot. Faraz qilaylik n ta bog'lanmagan tajribalar o'tkazilayotgan bo'lsin, har bir tajribada ikki hol bo'lishi mumkin, qanday A hodisasi p ehtimollik bilan ro'y beradi, $q = 1 - p$ ehtimol bilan ro'y bermaydi.

$\xi(\omega)$ bilan n ta bog'lanmagan tajribalarda hodisa ro'y berishlar sonini belgilaymiz $\{\omega: \xi(\omega) = m\}$ hodisasining ehtimoli bizga ma'lumki

$$P_n(m) = P\{\omega: \xi(\omega) = m\} = C_n^m p^m q^{n-m} \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (1)$$

Bunday tasodifiy miqdorlarga binomial qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdor deyiladi.

2. Geometrik taqsimot. Faraz qilaylik bog'lanmagan tajribalar o'tkazilayotgan bo'lsin, bu tajribalarning har bida qandaydir A hodisasi ro'y bersin p ehtimol bilan yoki ro'y bermasin q ehtimol bilan $q = 1 - p$. Tajribalar toki A hodisasi birinchi marta ro'y berguncha o'tkazilsin. U holda tajribalar sonini $\xi(\omega)$ deb, uning taqsimotini topamiz. Bu holda elementar hodisalar fazosi

$$\Omega = \left\{ A, \bar{A}A, \bar{A}\bar{A}A, \dots, \underbrace{\bar{A}\bar{A}\dots\bar{A}A}_{n-1}, \dots \right\}$$

bo`ladi.

Agar $\xi(\omega) = n$ bo`lsa, tajribaning bog`lanmaganligiga asosan

$$P\left\{\underbrace{\bar{A}\bar{A}\dots\bar{A}A}_{n-1}, \dots\right\} = q^{n-1}p$$

bo`ladi.

Shunday qilib

$$P\{\xi(\omega) = n\} = q^n p \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

$p, qp, q^2 p, \dots, q^n p, \dots$ ketma-ketlik geometrik progressiyani tashkil qilganligi uchun (2) ehtimollarga ehtimollikning **geometrik taqsimot** qonuni deyiladi.

3. Gipergeometrik taqsimot. Faraz qilaylik idishda N ta shar bo`lib, undan n tasi oq, $N-n$ tasi qora bo`lsin. Tasodifiy ravishda k ta shar olindi. ξ -olingan k ta sharlar orasida oq sharlar soni bo`lsin u holda bizga ma`lumki

$$P\{\xi = r\} = \frac{C_n^r C_{N-n}^{k-r}}{C_N^k} \quad (0 \leq r \leq \min(n, k)) \quad (3)$$

(3) ehtimollarga ehtimollikning **gipergeometrik taqsimot** qonuni deyiladi.

4. Puasson taqsimoti. Agar ξ tasodifiy $0, 1, 2, 3, \dots$ qiymatlarni

$$P\{\xi = n\} = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}$$

ehtimollar bilan qabul qilsa ($\lambda > 0$), unga λ parametr bilan **Puasson taqsimotiga ega** deyiladi.

5. ξ tasoifiy miqdor $x_1, x_2, \dots, x_N, \dots$ qiymatlarni $P\{\xi = x_k\} = \frac{1}{N}$, $k = \overline{1, N}$

ehtimollar bilan qabul qilsa, bunday tasoifiy miqdorga **tekis taqsimlangan tasodifiy miqdor** deyiladi.

Agar Ω sanoqsiz bo`lsa, unda aniqlangan har qanday tasodifiy miqdor diskret emas, uzluksiz bo`ladi.

Faraz qilaylik $F(x)$ ξ tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi bo`lsin.

Ta`rif. ξ tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(u) du \quad (4)$$

ko`rinishda yozish mumkin bo`lsa, bu tasodifiy miqdorni *absolyut uzluksiz taqsimlangan tasodifiy miqdor* deyiladi.

$p(u)$ funksiya esa ξ tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi (zichlik taqsimoti) deyiladi.

Uzluksiz nuqtalarida (4) dan

$$F'(x) = p(x) \quad (5)$$

kelib chiqadi.

Zichlik funksiyasining xossalari bilan tanishib chiqamiz.

1°. Zichlik funksiya manfiy emas, ya`ni $p(x) \geq 0$.

Isboti. Taqsimot funksiya kamaymaydigan funksiya bo`lganligidan, uning hosilasi deyarli barcha nuqtalarda musbat bo`ladi.

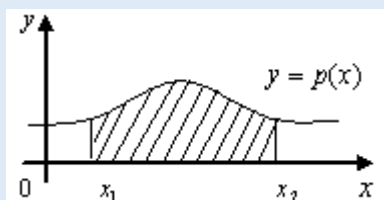
2°. Har qanday $x_1 < x_2$ uchun

$$P\{x_1 \leq \xi < x_2\} = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx.$$

Isboti. Taqsimot funksiyaning xossasi va (4) munosabatga asosan, $x_1 < x_2$ bo`lganligi uchun:

$$\begin{aligned} P\{x_1 \leq \xi < x_2\} &= F(x_2) - F(x_1) = \int_{-\infty}^{x_2} p(x) dx - \int_{-\infty}^{x_1} p(x) dx = \\ &= \int_{-\infty}^{x_1} p(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx - \int_{-\infty}^{x_1} p(x) dx = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx. \end{aligned}$$

$P\{x_1 \leq \xi < x_2\}$ ehtimollik $x = x_1$, $x = x_2$, $y = 0$ va $y = p(x)$ chiziqlari bilan chegaralangan figuraning yuziga teng bo`ladi.



Umumiy holda har qanday $B \in B(R)$ uchun $P\{\xi \in B\} = \int_B p(x) dx$ bo`ladi.

3°. Zichlik funksiyasidan $(-\infty, +\infty)$ oraliq bo`yicha olingan integral 1 ga teng:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1.$$

Isboti. (4) va taqsimot funksiyaning xossasiga asosan

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = \lim_{x \rightarrow +\infty} \int_{-\infty}^x p(u)du = \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1.$$

1°, 3° xossalarni qanoatlantiruvchi har qanday $p(x)$ funksiya qandaydir tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi bo`ladi.

Absolyut uzluksiz taqsimot funksiyalar deb $p(x)$ zichlik taqsimoti ega bo`lgan tasodifiy miqdorlar taqsimot funksiyalarga aytiladi. Bunday taqsimot funksiyalar (4) ko`rinishda tasvirlanadi. Uzluksiz taqsimot funksiyalar orasida zichlik taqsimotiga ega bo`lmaganlari ham mavjud. Bunday funksiyaga quyidagicha aniqlangan Kontor funksiyasi misol bo`ladi. $x \leq 0$ bo`lsa $F(x) = 0$, $x \geq 1$ bo`lsa $F(x) = 1$ va

$$F(x) = \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{1}{3} & \text{bo'lsa } \frac{1}{2} F(3x) \\ \frac{1}{3} < x \leq \frac{2}{3} & \text{bo'lsa } \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} \leq x \leq 1 & \text{bo'lsa } \frac{1}{2} + \frac{1}{2} F(3x) \end{cases}$$

Zichlik taqsimotiga ega bo`lmagan uzluksiz taqsimot fuksiyaga singulyar deyiladi. A. Lebegga tegishli bo`lgan quyidagi teoremani isbotsiz keltiramiz.

Teorema: Har qanday $F(x)$ taqsimot fuksiya yagona usul bilan $F(x) = a_1 F_1(x) + a_2 F_2(x) + a_3 F_3(x)$, ($a_i \geq 0$, $a_1 + a_2 + a_3 = 1$) ko`rinishda tasvirlanishi mumkin, bu yerda $F_1(x)$ – diskret taqsimot funksiya $F_2(x)$ – absolyut uzluksiz taqsimot funksiya, $F_3(x)$ – singulyar taqsimot funksiya.

Endi ba`zi muhim absolyut uzluksiz taqsimotlarni qarab chiqamiz.

Tekis taqsimot. Agar ξ tasodifiy miqdor zichlik funksiyasi

$$p(x) = \begin{cases} x \in (a, b), & \text{bo'lsa } \frac{1}{b-a} \\ x \notin [a, b], & \text{bo'lsa } 0 \end{cases}$$

ko`rinishida bo`lsa, ξ tasodifiy miqdor $[a, b]$ kesmada tekis taqsimotga ega deyiladi.

Normal taqsimot. Agar ξ tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi

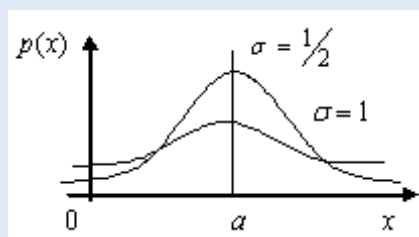
$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

ko`rinishda bo`lsa, u $N(a, \sigma)$ normal taqsimotga ega deyiladi.

Haqiqatdan ham $p(x)$ zichlik funksiyadir, chunki $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$.

Bunga $\frac{x-a}{\sigma} = t$ almashtirish va matematik analiz kursidagi Puasson

integrali orqali ishonch hosil qilish mumkin $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \sqrt{2\pi}$.



$N(a, \sigma)$ normal taqsimot zichlik funksiyasi grafigi $x = a$ chiziqqa nisbatan simmetrik bo`ladi va σ ning turli qiymatlarida quyidagicha bo`ladi. $\xi \sim N(0,1)$ normal taqsimotga ega bo`lgan tasodifiy miqdor bo`lsin, bu holda ξ standart normal taqsimotga ega deyiladi. U holda ξ ning taqsimot funksiyasi

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

zichlik funksiyasi esa

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

ko`rinishida bo`ladi. $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$.

Ko`rsatkichli taqsimot. ξ tasodifiy miqdor ν parametr bilan ko`rsatkichli (eksponensial) taqsimotga ega deyiladi, agar uning taqsimot funksiyasi quyidagi ko`rinishda bo`lsa,

$$F(x) = \begin{cases} x > 0 \text{ bo'lsa} & 1 - e^{-\lambda x} \\ x \leq 0 \text{ bo'lsa} & 0 \end{cases}.$$

Biz bundan keyin ξ tasodifiy miqdor a, σ parametrli normal taqsimotga ega bo'lsa, $\xi \sim N(a, \sigma)$ ko'rinishda yozamiz.

Bunday tasodifiy miqdorning zichlik taqsimoti

$$p(x) = \begin{cases} x > 0 \text{ bo'lsa} & \lambda e^{-\lambda x} \\ x \leq 0 \text{ bo'lsa} & 0 \end{cases}$$

ko'rinishda bo'ladi.

Agar ξ tasodifiy miqdorning zichlik taqsimoti $p(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{a}{(x - \mu)^2 + a^2}$ ($a > 0$)

bo'lsa, u Koshi qonuni bilan taqsimlangan deyiladi.

Endi normal taqsimot orqali aniqlanadigan ayrim taqsimotlarni qaraymiz.

χ^2 -taqsimot. $\xi_i \sim N(a, \sigma)$ va bog'lanmagan tasodifiy miqdorlar bo'lsinlar ($i = \overline{1, \nu}$). $\chi_\nu^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \dots + \xi_\nu^2$ tasodifiy miqdorlarni aniqlaymiz. χ_ν^2 tasodifiy miqdorning taqsimotiga ν erkinlik (ozodlik) darajali χ^2 taqsimoti deyiladi.

ν erkinlik darajali χ^2 taqsimotning zichlik funksiya $x > 0$ uchun $p_\nu(x) = k_\nu e^{-\frac{x^2}{2}} x^{\nu-1}$ ko'rinishiga ega, bu yerda k_ν ko'paytuvchi $\int_{-\infty}^{\infty} p_\nu(x) dx = 1$ shartni qanoatlantiradi.

Styudent taqsimoti. $\xi_i \sim N(a, \sigma)$, $i = \overline{1, \nu}$ va ξ_i lar bog'lanmagan tasodifiy miqdorlar. U holda

$$t_\nu = \frac{\xi_0}{\sqrt{\frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^{\nu} \xi_i^2}}$$

tasodifiy miqdor ν erkinlik darajali Styudent taqsimotga ega deyiladi.

Styudent taqsimotining zichlik funksiyasi

$$P_{t_\nu}(x) = b_\nu \left(1 + \frac{x^2}{\nu} \right)^{-\frac{(\nu+1)}{2}}$$

ko'rinishda bo'ladi.

Fisher taqsimoti (F -taqsimot). $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n_1}, \xi_{n_1+1}, \dots, \xi_{n_1+n_2}$ -bog`lanmagan normal tasodifiy miqdorlar bo`lsinlar: $\xi_i \sim N(0, \sigma)$, $i = \overline{1, n_1 + n_2}$. U holda

$$F_{n_1, n_2} = \frac{\frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} \xi_i^2}{\frac{1}{n_2} \sum_{i=n_1+1}^{n_1+n_2} \xi_i^2}$$

tasodifiy miqdor n_1 va n_2 erkinlik darajali Fisher taqsimotiga ega bo`ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. М., УРСС.1999.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М., УРСС. 2003.
3. Зубков А.М. Севостьянов Б.А. Чистяков В. П. Сборник задач по вероятностей М., “Наука”. 1989.
4. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей М., “Наука”. 2003
5. Ширяев А.Н. Вероятность-1,2. МЦНМО. 2004.
6. Sirojiddinov S.X. Mamatov M.M. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent. 1980.
7. Formanov Sh.Q. Ehtimollar nazariyasi. Toshkent. 2014.